

DZIAŁ 9 - Funkcje i wykresy

Zadanie 9.1. (6, maj 2015) [1p.]

Dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{x+4}{x^2-4x}$ może być zbiór

- A. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od 0 i od 4
- B. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od -4 i od 4
- C. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od -4 i od 0
- D. wszystkich liczb rzeczywistych

Rozwiązanie:

Mianownik nie może być równy 0, zatem:

$$x^2 - 4x \neq 0$$

$$x(x - 4) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad i \quad x \neq 4$$

Odpowiedź: A

Zadanie 9.2. (17, czerwiec 2012) [1p.]

Wiadomo, że dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{x-7}{2x+a}$ jest zbiór $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$. Wówczas

- A. $a = 2$ B. $a = -2$ C. $a = 4$ D. $a = -4$

Rozwiązanie:

$(-\infty, 2) \cup (2, \infty) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, czyli do dziedziny należą wszystkie liczby rzeczywiste oprócz 2, więc mianownik ma być równy 0 dla $x=2$

$$2 \cdot 2 + a = 0$$

$$a = -4$$

Odpowiedź: D

Zadanie 9.3. (10, grudzień 2014) [1p.]

Funkcja f , określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie x ostatnią cyfrę jej kwadratu. Zbiór wartości funkcji f zawiera dokładnie

A. 5 elementów.

B. 6 elementów.

C. 9 elementów.

D. 10 elementów.

Rozwiązanie:

Ostatnia cyfra kwadratu liczby całkowitej zależy jedynie od ostatniej cyfry tejże liczby. Rozważmy zatem kwadraty wszystkich liczb jednocyfrowych

$$0^2 = 0, 1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16, 5^2 = 25, 6^2 = 36, 7^2 = 49, 8^2 = 64, 9^2 = 81$$

Patrzemy teraz na ostatnie cyfry powyższych kwadratów i liczymy ile jest różnych cyfr (są to: 0, 1, 4, 9, 6, 5)

Odpowiedź: B

Zadanie 9.4. (12, maj 2016) [1p.]

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{2x^3}{x^6 + 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wtedy $f(-\sqrt[3]{3})$ jest równa

A. $-\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

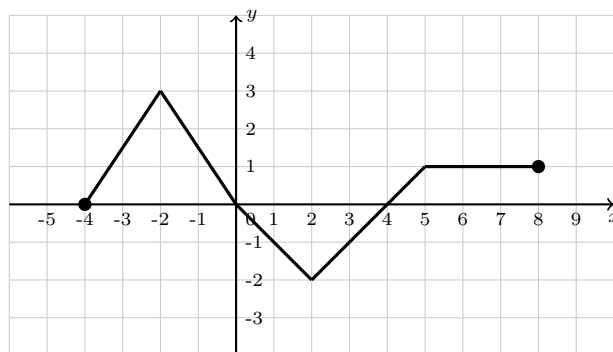
Rozwiązanie:

$$f(-\sqrt[3]{3}) = \frac{2(-\sqrt[3]{3})^3}{(-\sqrt[3]{3})^6 + 1} = \frac{-2 \cdot 3}{3^2 + 1} = \frac{-6}{10} = -\frac{3}{5}$$

Odpowiedź: B

Zadanie 9.5. (26, maj 2011) [2p.]

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) zbiór wartości funkcji f ,
- b) przedział maksymalnej długości, w którym funkcja f jest malejąca.

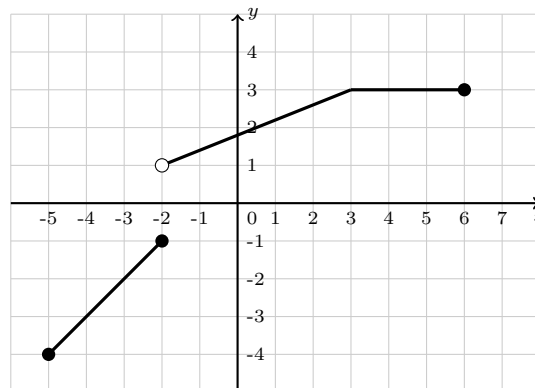
Rozwiązanie:

a) $\langle -2, 3 \rangle$ *Patrzemy na najwyższej i najniższej położony punkt na wykresie.*

b) $(-2, 2)$

Zadanie 9.6. (11, czerwiec 2011) [1p.]

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.

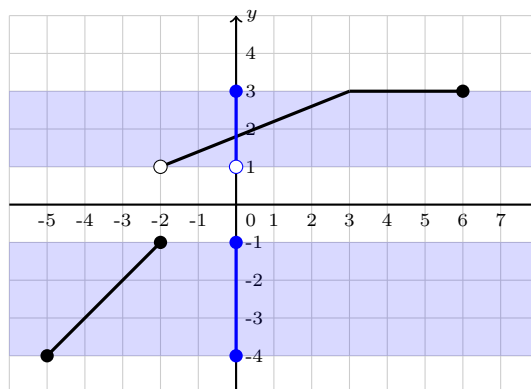


Zbiorem wartości tej funkcji jest

- A. $\langle -4, 3 \rangle$ B. $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$
C. $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$ D. $\langle -5, 6 \rangle$

Rozwiązanie:

Na rysunku obok na osi Oy zaznaczone są przedziały, których suma stanowi zbiór wartości funkcji y .

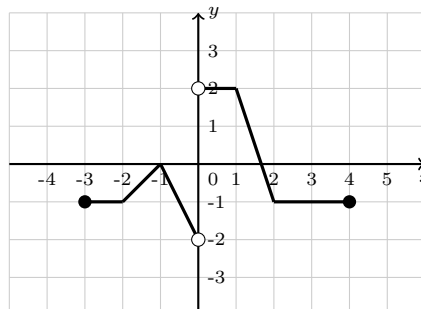


$\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$

Odpowiedź: C

Zadanie 9.7. (8, maj 2015) [1p.]

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .



Zbiorem wartości funkcji f jest

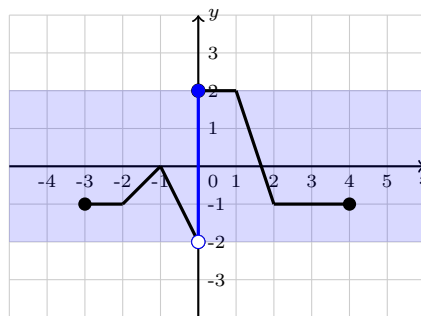
- A. $(-2, 2)$ B. $\langle -2, 2 \rangle$
C. $\langle -2, 2 \rangle$ D. $(-2, 2)$

Rozwiązanie:

Na rysunku obok na osi Oy zaznaczony jest przedział, który stanowi zbiór wartości funkcji f .

$(-2, 2]$

Odpowiedź: D

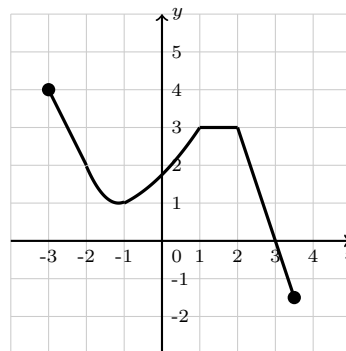
**Zadanie 9.8. (25, sierpień 2013) [1p.]**

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$.

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$ jest równa

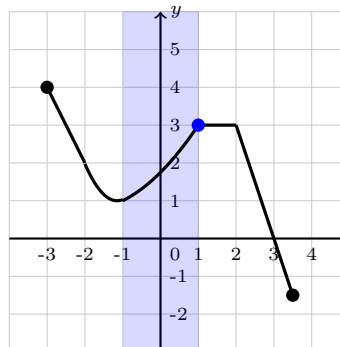
- A. 4
C. 2

- B. 3
D. 1

**Rozwiązanie:**

Na rysunku obok zaznaczony jest przedział o którym jest mowa w zadaniu.

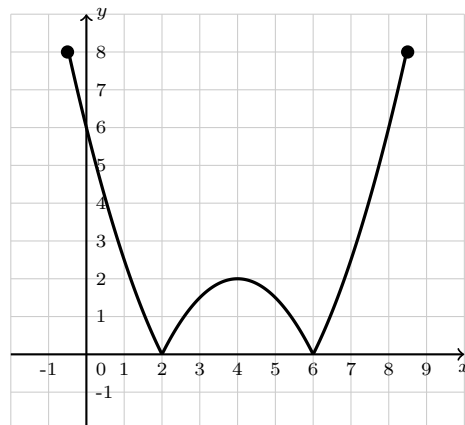
Niebieskim punktem zaznaczono gdzie funkcja przyjmuje największą wartość w tym przedziale.



Odpowiedź: B

Zadanie 9.9. (10, maj 2010) [1p.]

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$.



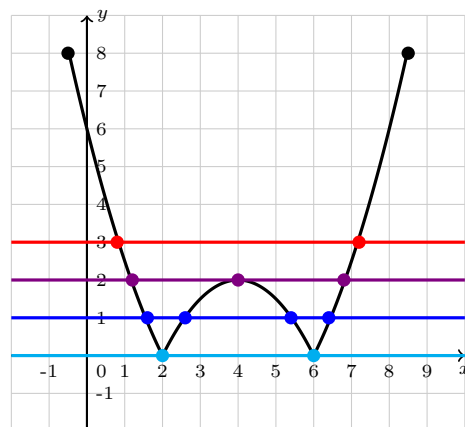
Które równanie ma dokładnie trzy rozwiązania?

- A. $f(x) = 0$ B. $f(x) = 1$
C. $f(x) = 2$ D. $f(x) = 3$

Rozwiązanie:

Sytuację z każdej odpowiedzi A., B., C., D. zaznaczono na wykresie kolorami – odpowiednio – jasnoniebieskim, niebieskim, fioletowym i czerwonym.

Liczba punktów w danym kolorze oznacza liczbę rozwiązań odpowiedniego równania.



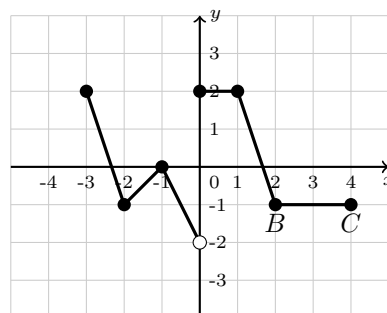
Odpowiedź: C

Zadanie 9.10. (8, czerwiec 2019) [1p.]

Rysunek przedstawia wykres funkcji f zbudowany z 6 odcinków, przy czym punkty $B = (2, -1)$ i $C = (4, -1)$ należą do wykresu funkcji.

Równanie $f(x) = -1$ ma

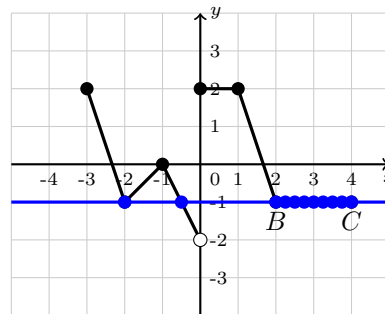
- A. dokładnie jedno rozwiązanie.
B. dokładnie dwa rozwiązania.
C. dokładnie trzy rozwiązania.
D. nieskończenie wiele rozwiązań.



Rozwiązanie:

Rysujemy prostą $y = -1$ i sprawdzamy ile jest punktów wspólnych tej prostej z wykresem. Liczba tych punktów to liczba rozwiązań podanego w treści zadania równania.

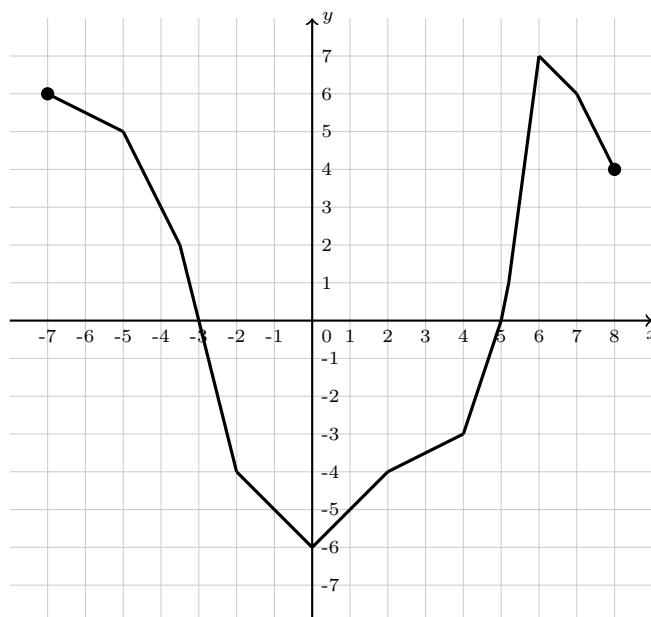
Na odcinku BC jest nieskończenie wiele punktów wspólnych, stąd równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań.



Odpowiedź: C

Zadanie 9.11. [2p.]

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 8 \rangle$.



Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) największą wartość funkcji f ,
- b) zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$.

Rozwiązanie:

a) Szukamy najwyżej położonego punktu na wykresie i bierzemy jego współrzędną y – to jest największa wartość tej funkcji.

$$f_{\max} = 7$$

b) $f(x) < 0$ można utożsamić sobie z częścią wykresu który znajduje się pod osią Ox (ujemne wartości). Należy wskazać przedział argumentów dla którego wykres jest pod osią Ox .

$$x \in (-3, 5)$$